

Matematika

Cyklus I

Pochopenie grafov a závislosti

Časť 1

Predmet	Vytvárame a interpretujeme grafy popisujúce pohyb
Trvanie	2 vyučovacie hodiny (90 minút)
Trieda/vek	Séria je určená predovšetkým posledným ročníkom základnej školy (7. – 9. ročník) a prvému ročníku strednej školy. Môže sa realizovať aj v neskorších fázach výučby.
Účel	<i>Cieľom tohto modulu je rozvinúť kvalitatívne pochopenie funkčných vzťahov v preddefinícnom štádiu, najmä rozvíjať kovariačné uvažovanie a formovať intuitívne chápanie pojmu funkcií a grafu funkcií.</i> 1) Tvorba a interpretácia grafov v kontexte pohybovej analýzy na úrovni intuície a propedeutiky spojitých funkcií 2) Formovanie intuitívneho chápania jednoznačných vzťahov medzi premennými (funkčné) 3) Formovanie kovariačného uvažovania (pochopenie funkčných vzťahov v kovariačnom aspekte)
Popis	Študenti vytvárajú a študujú grafy, ktoré popisujú zmeny vzdialenosti v priebehu času pomocou stelesnených experimentov. Študenti používajú EMPE senzor spolu so softvérom EMPE počas vyučovania. Senzor meria vzdialenosť k najbližšej prekážke a softvér zobrazuje graf zmien tejto vzdialenosti v reálnom čase v priebehu času. Študenti sa zapájajú do experimentov so stelesnením chôdzou so senzorom a analýzou grafickej interpretácie svojho pohybu. Majú možnosť vytvárať a pozorovať viacero grafov rôznych tvarov, vykonávajú aj reverzné činnosti – pohybujú sa tak, aby odrážali pohyb prezentovaný v poskytnutých grafoch, ako aj interpretujú a analyzujú rôzne pohybové grafy. Modul vedie k intuitívnemu pochopeniu závislosti a ich interpretácii vo forme grafov.
Učebné pomôcky	- EMPE senzor so softvérom - stolný počítač alebo notebook s webovým prehliadačom - interaktívna tabuľa - projektor - pracovné listy pre študentov



This material is provided by the [EMPE Team](#), responsible institution: University of the National Education Commission in Krakow.

Unless otherwise noted, this work and its contents are licensed under This work is licensed under a Creative Commons License [CC BY-NC-SA 4.0](#) Excluded are funding logos and CC icons / module icons.

The European Commission's support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents, which reflect the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

PRIEBEH LEKCIE

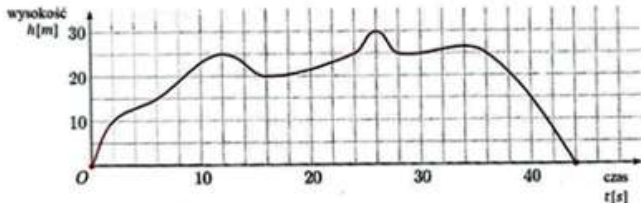
Na hodine učiteľ a žiaci používajú senzor EMPE so softvérom EMPE vyvinutým v rámci projektu EMPE (<https://empe.uken.krakow.pl>). Návod na použitie senzora nájdete v súbore dostupnom na webovej stránke projektu:

PRETEST

Na začiatku cyklu hodín požiadame študentov, aby vyplnili dvojúlohový PRETEST individuálne a písomne. Je navrhnutý tak, aby otestoval ich intuíciu porozumenia grafom. Úlohy z pracovného listu sú nasledovné:

Meno..... Trieda.....

Úloha 1 Graf znázorňuje zmenu výšky letiaceho dronu nad zemou počas jeho letu. Odpovedzte na nasledujúce otázky.



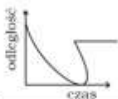
a) Ako dlho trval let?

b) Akú maximálnu výšku dosiahne dron?

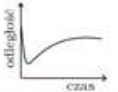
(c) Zobrazuje diagram dráhu (stopu) pohybu dronu? ☐ ÁNO ☐ NIE, pretože.....

(d) Môžete z údajov na obrázku vypočítať rýchlosť, akou sa pohyboval tento dron? ☐ ÁNO ☐ NIE pretože.....

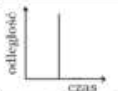
Úloha 2 Ktorý z obrázkov môže znázorňovať vzdialenosť lopty od bránky v určitom čase počas hry.



☐ ÁNO ☐ NIE , pretože:



☐ ÁNO ☐ NIE , pretože:



☐ ÁNO ☐ NIE , pretože:



☐ ÁNO ☐ NIE , pretože:

PRETEST

Vysvetlivky: wysokość = výška, odległość = vzdialenosť, czas = čas



This material is provided by the [EMPE Team](#), responsible institution: University of the National Education Commission in Krakow.

Unless otherwise noted, this work and its contents are licensed under This work is licensed under a Creative Commons License [CC BY-NC-SA 4.0](#) Excluded are funding logos and CC icons / module icons.

The European Commission's support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents, which reflect the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

Aktivita 1

1a) Dráma. Hypotéza

Učiteľ prečíta scenár pohybu popísaný v PRACOVNOM LISTE 1:

Na začiatku chvíľu stojím.

Potom kráčam rovnakým miernym tempom smerom k stene a potom sa rovnakým tempom vzdiaľujem od steny. Chvíľu stojím. Potom kráčam stabilným rýchlym krokom smerom k stene a potom sa rovnakým tempom vzdiaľujem od steny.

Chvíľu stojím.

Nakoniec kráčam rovnakým pomalým tempom smerom k stene a potom sa rovnakým tempom vzdiaľujem od steny.

Na konci chvíľu stojím.

Potom vyššie opísaný pohyb vykoná vybraný študent alebo učiteľ. Prechádzku od konca miestnosti sa oplatí začať chôdzou smerom k tabuli, pretože v tomto usporiadaní, keď študent prejde z konca miestnosti na začiatok, spôsobíme typické chyby (pozri obrázok 2 vľavo) a budeme na nich môcť pracovať neskôr na hodine.

Po vykonaní pohybu (predvedení drámy) učiteľ rozdá žiakom PRACOVNÉ LISTY 1:

Aktivita 1. Načrtnite, ako bude vyzeráť graf mojej vzdialenosti od steny, berúc do úvahy všetky fázy môjho pohybu:

Najprv chvíľu stojím. Potom pokračujem v chôdzi rovnakým miernym tempom smerom k stene a potom sa rovnakým tempom od steny vzdiaľim. Chvíľu stojím. Potom kráčam stabilným, rýchlym tempom smerom k stene a potom sa rovnakým tempom od steny vzdiaľim. Chvíľu stojím. Nakoniec kráčam stabilným, pomalým tempom smerom k stene a potom sa rovnakým tempom od steny vzdiaľim. Nakoniec chvíľu stojím.

Tvoj graf – prvý pokus:



Obrázok 1, Pracovný list 1 – strana 1



This material is provided by the [EMPE Team](#), responsible institution: University of the National Education Commission in Krakow.

Unless otherwise noted, this work and its contents are licensed under This work is licensed under a Creative Commons License [CC BY-NC-SA 4.0](#) Excluded are funding logos and CC icons / module icons.

The European Commission's support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents, which reflect the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

Úlohou žiakov je urobiť prvý pokus o načrtnutie tvaru grafu znázorňujúceho zmeny vzdialenosti od steny počas tohto pohybu.

1b) Zisťovanie činnosti snímača

Pokračujeme v manipulácii so senzorom. Učiteľ ukáže senzor, otvorí softvér a graf, zobrazí ho na projektore a začne merať. Nasmeruje snímač rôznymi smermi. Študenti počas tejto doby sledujú, ako sa v aplikácii vytvára graf. Učiteľ kladie otázku:

- Čo môžete povedať o tomto grafe? (Aké sú popisy osí súradnicového systému? Čo sa meria?)

Čakáme na odpovede študentov, v ktorých zaznie, že:

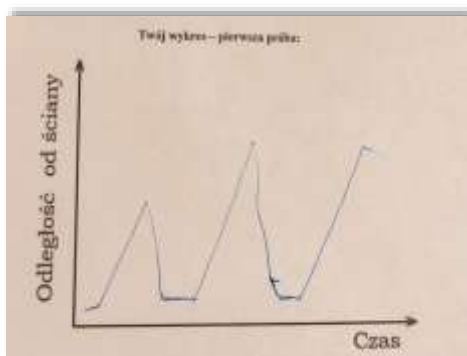
- senzor meria vzdialenosť k najbližšej prekážke, na ktorú narazí,
- Graf zobrazuje zmeny vzdialenosti snímača od najbližšej prekážky v čase.

1c) Vykonalie experimentu so senzorom. Overovanie hypotéz

Experiment popísaný na začiatku lekcie vykonávame, tentoraz pomocou senzora. Vybraný študent vykoná opísaný pohyb sám.

Poznámka: Študentom by sa malo odporučiť, aby držali senzor v rovnakej polohe (napr. držali ho blízko tela) a nehýbali ním, najmä v smere dopredu-dozadu. Stojí za to urobiť experiment niekoľkokrát, rôznymi študentmi.

Správne vytvorený graf by mal mať výrazne odlišné sklony priamkových segmentov:



Obrázok 2. Vľavo – typická chybná predpoveď študenta. Vpravo – graf vytvorený senzorom

Študenti prekreslia správny graf a sami odpovedia na otázku pod grafom: *Čo si všimnete?*



This material is provided by the [EMPE Team](#), responsible institution: University of the National Education Commission in Krakow.

Unless otherwise noted, this work and its contents are licensed under This work is licensed under a Creative Commons License [CC BY-NC-SA 4.0](#) Excluded are funding logos and CC icons / module icons.

The European Commission's support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents, which reflect the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

Prekresli tvar grafu vytvoreného pomocou senzoru:



Čo si si všimol?

Obrázok 3. Pracovný list 1 - str. 1 cd.

1d) Analýza grafov

Prečítajte si vyhlásenia študentov.

Komentár: Častou chybou je kreslenie podľa trajektórie pohybu k doske, ako na obr. 2 (vľavo). Na túto chybu sa odvolávame v diskusii a analyzujeme ju so študentmi, prečo je takýto graf nakreslený nesprávne.

Potom učiteľ položí študentom otázky, ktoré im pomôžu analyzovať priebeh celého grafu, napríklad:

- Prečo je graf na začiatku vodorovný? (stojíme, takže vzdialenosť je rovnaká)
- Ako sa mení vzdialenosť snímača od steny pri pohybe k stene? (vzdialenosť sa zmenšuje)
- Ako sa mení vzdialenosť snímača od steny, keď sa vzdľahuje od steny? (vzdialenosť rastie)
- Ako môžeme z grafu zistiť, kedy sme kráčali rýchlo? (väčší sklon priamky – úseky priamky sú kolmejšie, vzdialenosť bola prekonaná za krátky čas)
- Ako zistíme z grafu, kedy sme kráčali pomaly? (menší sklon priamky – úseky priamky sú horizontálnejšie, vzdialenosť bola prekonaná za dlhú dobu)
- Bol zlom v pohybe zakaždým rovnaký?
- Bola prestávka v pohybe zakaždým v rovnakej vzdialenosti od tabule?



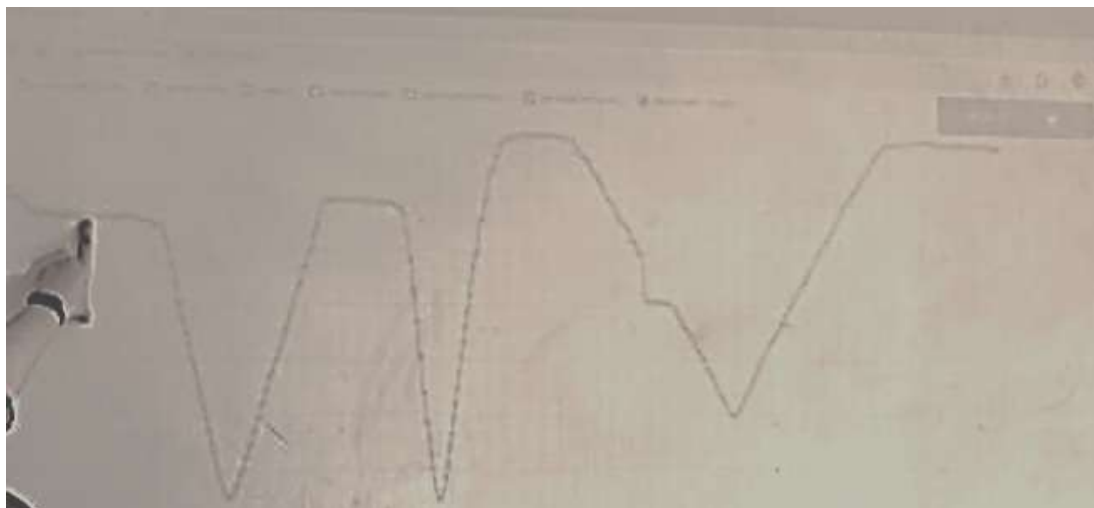
This material is provided by the [EMPE Team](#), responsible institution: University of the National Education Commission in Krakow.

Unless otherwise noted, this work and its contents are licensed under This work is licensed under a Creative Commons License [CC BY-NC-SA 4.0](#) Excluded are funding logos and CC icons / module icons.

The European Commission's support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents, which reflect the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

- Prečo sú rôzne sklony grafu? (pretože ideme rôznym tempom)
- Ak pôjdeme veľmi rýchlo, bude graf zvislý?
- Ak pôjdeme veľmi pomaly, bude graf vodorovný? (so zvyšujúcim sa tempom sa graf stáva čoraz viac vodorovným)

Komentár: Za zmienku stoja vychýlenia a nedokonalosti grafu. Napríklad na obr. 4 môžete vidieť, ako osoba, ktorá drží senzor, zakopla o dosku pri pomalom pohybe.



Obrázok 4. Analýza rozptyľovačov v grafe

Aktivita 2. Pomaly – rýchlo rovnomerným tempom k stene

Vlastná práca študentov. Študenti vyplnia pracovný list (s. 2):

Dvaja ľudia idú k stene, začínajúc v rovnakej vzdialenosti od steny, obaja idú rovnomerným tempom, ale jeden pomaly a druhý rýchlo. Načrtnite v jednom súradnicovom systéme, ako budú vyzerat' grafy oboch pohybov.



This material is provided by the [EMPE Team](#), responsible institution: University of the National Education Commission in Krakow.

Unless otherwise noted, this work and its contents are licensed under This work is licensed under a Creative Commons License [CC BY-NC-SA 4.0](#) Excluded are funding logos and CC icons / module icons.

The European Commission's support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents, which reflect the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

KU stene pomaly – čiara pomenovaná p

KU stene rýchlo – čiara pomenovaná r



Napište vlastnými slovami, ako z grafu rozoznať, kedy bol pohyb k stene pomalý a kedy rýchly?

Vybraní študenti prečítajú svoje vyhlásenia.

Aktivita 3. Interpretácia a opis grafu

Študenti majú za úlohu opačnú činnosť, ktorá spočíva v slovnom opise pohybu prezentovaného v grafe:

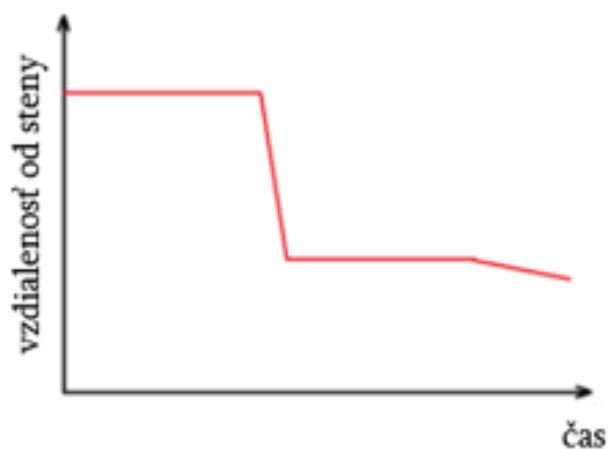


This material is provided by the [EMPE Team](#), responsible institution: University of the National Education Commission in Krakow.

Unless otherwise noted, this work and its contents are licensed under This work is licensed under a Creative Commons License [CC BY-NC-SA 4.0](#) Excluded are funding logos and CC icons / module icons.

The European Commission's support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents, which reflect the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

Aktivita 3. Graf predstavuje nejaký môj pohyb



Opiš tento pohyb slovne:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Obrázok 5. Pracovný list č. 1, s. 2



This material is provided by the [EMPE Team](#), responsible institution: University of the National Education Commission in Krakow.

Unless otherwise noted, this work and its contents are licensed under This work is licensed under a Creative Commons License [CC BY-NC-SA 4.0](#) Excluded are funding logos and CC icons / module icons.

The European Commission's support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents, which reflect the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

Aktivita 4. Pomaly – rýchlo stabilným tempom OD steny

Vlastná práca študentov. Študenti vyplnia pracovný list 2 (strana 3):

Dvaja ľudia kráčajú OD steny, začínajú pri stene a končia pohyb v rovnakej vzdialenosti od steny, obaja kráčajú rovnakým tempom, ale jeden pomaly a druhý rýchlo. Načrtnite v jednom súradnicovom systéme, ako budú vyzerat' grafy oboch pohybov.

OD steny pomaly – čiara pomenovaná p

OD steny rýchlo – čiara nazývaná r



Napište si vlastnými slovami, ako z grafu rozoznať, kedy bol pohyb k stene pomalý a kedy rýchly?



This material is provided by the [EMPE Team](#), responsible institution: University of the National Education Commission in Krakow.

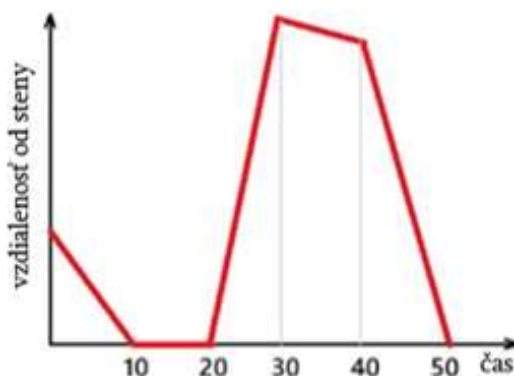
Unless otherwise noted, this work and its contents are licensed under This work is licensed under a Creative Commons License [CC BY-NC-SA 4.0](#) Excluded are funding logos and CC icons / module icons.

The European Commission's support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents, which reflect the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

Aktivita 5. Zhrnutie - Analýza grafov

Študenti vyplňajú tabuľku interpretáciou pohybového grafu:

Aktivita 5. Na základe grafu popisujúceho pohyb vyplňte tabuľku (zadajte slovo alebo vyberte ✓) .



Časový interval	0-10 [s]	10-20 [s]	20-30 [s]	30-40 [s]	40-50 [s]
Pomaly/Rýchlo/Stredne					
KU/OD steny					
Najrýchlejšie					
Nemení sa vzdialenosť					

Ako zistíte, kedy bola premávka najrýchlejšia?

.....

.....

Obrázok 6. Pracovný list 2



This material is provided by the [EMPE Team](#), responsible institution: University of the National Education Commission in Krakow.

Unless otherwise noted, this work and its contents are licensed under This work is licensed under a Creative Commons License [CC BY-NC-SA 4.0](#) Excluded are funding logos and CC icons / module icons.

The European Commission's support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents, which reflect the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.